ENSAE Paris - IP Paris
Année scolaire 2022-2023
Session d'examens : 2A S1
(session principale)

Examen final du cours "Macroéconomie 1"

Durée : 2 heures. Aucun document autorisé. Aucune calculatrice autorisée.

Le barème, susceptible d'être modifié et donné à titre indicatif, est de 6 points pour les questions de cours et 17 points pour le problème. Votre note sur 20 sera égale au nombre total de points obtenus, sauf si vous obtenez davantage que 20 points (auquel cas votre note sera 20/20). Cette règle de notation a pour but de permettre à chacun(e) de ne pas répondre à un petit nombre de questions (celles de son choix) sans que sa note en soit nécessairement impactée.

1 Questions de cours (6 points)

Répondre très brièvement aux questions suivantes, sans utiliser d'équation (une ou deux phrases suffisent pour chaque réponse).

Question 1 Citer trois des six faits stylisés de Kaldor (1961).

Question 2 Dans le modèle DICE, la taxe optimale sur le carbone dépend-elle positivement ou négativement du taux d'actualisation, et pourquoi ?

Question 3 Dans le modèle DICE à l'état régulier, le taux d'actualisation (r) dépend-il positivement ou négativement du taux de croissance de l'économie (g), et pourquoi ?

Question 4 L'accumulation de connaissances est-elle volontaire et/ou rémunérée dans le modèle de croissance avec apprentissage par la pratique (Romer, 1986) ? Et dans le modèle de croissance avec variété des biens (Romer, 1990) ?

Question 5 Citez deux modèles vus en cours qui ne satisfont pas au moins une condition d'application du premier théorème du bien-être, et pour chacun de ces deux modèles dites laquelle ou lesquelles de ces conditions il ne satisfait pas.

Question 6 Qu'est-ce qu'un impôt distorsif ?

2 Problème : dynamique du taux d'épargne dans le modèle de Cass-Koopmans-Ramsey (17 points)

On peut répondre à chaque question sans avoir préalablement répondu aux questions qui la précèdent, simplement en admettant les résultats donnés dans ces questions précédentes.

On considère le modèle de Cass-Koopmans-Ramsey vu en cours et en TD, dans le double cas particulier suivant : (i) l'élasticité de substitution intertemporelle est constante, égale à $1/\theta$, où $\theta > 0$; (ii) la fonction de production est de type Cobb-Douglas, c'est-à-dire $F(x,y) \equiv x^{\alpha} y^{1-\alpha}$, où $0 < \alpha < 1$.

Pour mémoire, dans ce modèle, on a $Y_t = F(K_t, A_t L_t) = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$, où Y_t est la production agrégée et K_t le stock de capital agrégé à la date t. La technologie A_t et la population L_t sont exogènes et croissent aux taux g et n respectivement. Le bien produit est utilisé pour la consommation et l'investissement. On note C_t la consommation agrégée à la date t, r_t le taux d'intérêt réel à la date t, ρ le taux de préférence pour le présent, et δ le taux de dépréciation du capital. On note avec des minuscules les quantités par tête, par exemple $c_t \equiv C_t/L_t$. On note également $\kappa_t \equiv k_t/A_t = K_t/(A_t L_t)$ et $\gamma_t \equiv c_t/A_t = C_t/(A_t L_t)$. On note enfin $f(x) \equiv F(x,1) = x^{\alpha}$, de sorte que $Y_t/(A_t L_t) = f(\kappa_t) = \kappa_t^{\alpha}$. On suppose $\rho > n > 0$ et $\rho > n + (1-\theta)g$.

On rappelle que la résolution du problème de maximisation du ménage représentatif débouche sur l'équation d'Euler $\dot{c}_t/c_t = (r_t - \rho)/\theta$.

Question 7 Interpréter brièvement, en termes économiques, les effets de ρ et θ sur $\dot{c}_t/c_t$ dans l'équation d'Euler ci-dessus.

Question 8 Sans utiliser d'équation, expliquer brièvement pourquoi on a $r_t = f'(\kappa_t) - \delta$ à l'équilibre. En déduire l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\dot{\gamma}_t}{\gamma_t} = \frac{1}{\theta}\left[\frac{\alpha}{\kappa_t^{1-\alpha}} - \delta - \rho - \theta g\right]. \tag{1}$$

Question 9 Ecrire la condition d'équilibre sur le marché des biens, faisant intervenir Y_t, K_t, $\dot{K}_t$, C_t, et δ. En déduire l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\kappa}_t = \kappa_t^{\alpha} - \gamma_t - (n + g + \delta)\,\kappa_t. \tag{2}$$

Question 10 Définir l'état régulier et montrer que κ_t et γ_t sont constants à l'état régulier. Montrer que la valeur constante de κ_t à l'état régulier est $\kappa^* \equiv [\alpha/(\delta + \rho + \theta g)]^{1/(1-\alpha)}$.

Question 11 Montrer que le taux d'épargne $s_t \equiv (Y_t - C_t)/Y_t$ est constant à l'état régulier, égal à $s^* \equiv \alpha(n+g+\delta)/(\delta+\rho+\theta g)$. Vérifier que $0 < s^* < 1$, après avoir rappelé pourquoi on suppose $\rho > n + (1-\theta)g$. Interpréter brièvement, en termes économiques, le fait que s^* soit strictement décroissant en ρ et θ.

Question 12 Montrer que $\dot{s}_t/(1-s_t) = \alpha\dot{\kappa}_t/\kappa_t - \dot{\gamma}_t/\gamma_t$. En déduire, en utilisant (1) et (2), que

$$\frac{\dot{s}_t}{\alpha(1-s_t)} = \frac{1}{\kappa_t^{1-\alpha}}\left(s_t - \frac{1}{\theta}\right) - \frac{1}{(\kappa^*)^{1-\alpha}}\left(s^* - \frac{1}{\theta}\right). \tag{3}$$

Justifier brièvement pourquoi, étant donnée la trajectoire d'équilibre de κ_t (convergeant vers κ^* lorsque $t \to +\infty$), la trajectoire d'équilibre de s_t est la solution de l'équation différentielle (3) convergeant vers s^* lorsque $t \to +\infty$.

Question 13 Dans le cas particulier où $s^* = 1/\theta$, montrer que la trajectoire d'équilibre de s_t est constante, égale à s^*. Quelle(s) éventuelle(s) différence(s) voyez-vous entre le modèle de Cass-Koopmans-Ramsey dans ce cas particulier, d'une part, et le modèle de Solow-Swan avec un taux d'épargne exogène s égal à s^*, d'autre part, en termes d'implications positives et normatives ?

Question 14 On suppose dans cette question que $\kappa_0 < \kappa^*$. En déduire, sans faire de calcul, que $\dot{\kappa}_t > 0$ et $\kappa_t < \kappa^*$ à toute date t. En utilisant (3), montrer par l'absurde que si $s^* > 1/\theta$, alors $1/\theta < s_t < s^*$ à toute date t. Puis, en dérivant (3) par rapport au temps, montrer par l'absurde que si $s^* > 1/\theta$, alors $\dot{s}_t > 0$ à toute date t.

Question 15 On suppose à nouveau dans cette question que $\kappa_0 < \kappa^*$. On admet que dans le cas $s^* < 1/\theta$ (qui se traite de la même façon que le cas inverse $s^* > 1/\theta$ considéré à la question précédente), on obtient $s^* < s_t < 1/\theta$ et $\dot{s}_t < 0$ à toute date t. Identifier deux forces économiques de sens opposés qui agissent sur la dynamique du taux d'épargne et expliquent pourquoi le taux d'épargne peut croître ou décroître au cours du temps selon le cas. Montrer qu'une condition nécessaire pour que $s^* > 1/\theta$, et donc pour que $\dot{s}_t > 0$, est que θ doit être suffisamment grand ; interpréter brièvement, en termes économiques, ce dernier résultat.

Question 16 Les données empiriques suggèrent que le taux d'épargne a tendance à augmenter au cours du temps dans un pays en cours de "rattrapage". Or pour les valeurs standards $(\rho, \delta, n, g) = (0.02, 0.05, 0.01, 0.02)$ (par année) et $\theta = 2$, on n'obtient $s^* > 1/\theta$ (et donc $\dot{s}_t > 0$ lorsque $\kappa_0 < \kappa^*$) que si $\alpha \geq 0.69$. Cette dernière inégalité vous semble-t-elle empiriquement plausible ? Si ce n'est pas le cas, quelle modification suggéreriez-vous d'apporter au modèle de Cass-Koopmans-Ramsey pour le réconcilier avec les données en termes de dynamique du taux d'épargne ?

Question 17 On suppose dans cette question que l'économie est à son état régulier juste avant la date 0, avec $n = n_1$. A la date 0, les agents apprennent que n prendra désormais la valeur $n_2 > n_1$ pour toute date $t \geq 0$. Quel effet ce choc a-t-il sur κ^* et sur s^* ? Décrire qualitativement la trajectoire de s_t pour $t \geq 0$, et interpréter brièvement cette trajectoire en termes économiques. Cette trajectoire dépend-elle du signe de $s^* - 1/\theta$ (à l'ancien ou au nouvel état régulier), et si oui comment ?

Question 18 On suppose dans cette question que l'économie est à son état régulier juste avant la date 0, avec $\theta = \theta_1$. A la date 0, les agents apprennent que θ prendra désormais la valeur $\theta_2 < \theta_1$ pour toute date $t \geq 0$. Quel effet ce choc a-t-il sur κ^* et sur s^* ? Décrire qualitativement la trajectoire de s_t pour $t \geq 0$, et interpréter brièvement cette trajectoire en termes économiques. Cette trajectoire dépend-elle du signe de $s^* - 1/\theta$ (à l'ancien ou au nouvel état régulier), et si oui comment ?