ENSAE Paris - IP Paris
Année scolaire 2021-2022
Session d'examens : 2A S1
(session principale)

Examen final du cours "Macroéconomie 1"

Durée : 2 heures. Aucun document autorisé. Aucune calculatrice autorisée.
Le barème, susceptible d'être modifié, est donné uniquement à titre indicatif.

1 Questions de cours (6 points)

Répondre très brièvement aux questions suivantes, sans utiliser d'équation (une ou deux phrases suffisent pour chaque réponse).

Question 1 Définir la convergence absolue et la convergence conditionnelle des logarithmes des PIB par tête entre les pays. Laquelle est davantage vérifiée empiriquement ?

Question 2 Y a-t-il possibilité d'inefficience dynamique dans le modèle de Solow-Swan, et pourquoi ?

Question 3 Quelle est la différence entre la contrainte de solvabilité et la condition de transversalité des ménages ?

Question 4 Citer une limite du modèle de Romer (1986).

Question 5 Qu'est-ce qu'un effet d'échelle ?

Question 6 Qu'est-ce que l'équivalence ricardienne ?

2 Problème : modèle de croissance endogène avec les dépenses publiques dans la fonction de production (14 points)

On peut répondre à chaque question sans avoir préalablement répondu aux questions qui la précèdent, simplement en admettant les résultats donnés dans ces questions précédentes.

Le but de ce problème, qui s'inspire d'un article de R. J. Barro [1], est d'étudier le rôle de la politique gouvernementale lorsque la fonction de production admet comme argument le montant des dépenses publiques agrégées.

2.1 Cas général

Comme dans le modèle de Cass-Koopmans-Ramsey, on considère une économie dont les agents sont : des ménages à durée de vie infinie (dont la population, notée L, est ici constante dans le temps) ; un grand nombre (noté I) d'entreprises ; et un gouvernement. Il y a un seul type de bien, utilisé pour la consommation et l'investissement, et quatre marchés : le marché des biens (offre des entreprises, demande des ménages et du gouvernement), celui du travail (offre des ménages, demande des entreprises), celui du capital (offre des ménages, demande des entreprises), et celui des prêts (offre et demande des ménages). Tous ces marchés sont en concurrence pure et parfaite. Le temps est continu, indicé par t. On note r_t le taux d'intérêt réel. Le ménage représentatif offre inélastiquement un flux de travail constant, normalisé à un et rémunéré au salaire réel w_t. Son utilité intertemporelle à la date 0 est

$$U_0 \equiv \int_0^{+\infty} e^{-\rho t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

où c_t est la consommation par tête, ρ le taux de préférence pour le présent ($\rho > 0$), et θ est l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle ($\theta > 0$ et $\theta \neq 1$). On rappelle que la résolution du problème de maximisation du ménage représentatif débouche sur l'équation d'Euler suivante :

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{r_t - \rho}{\theta}.$$

Question 7 Interpréter brièvement cette équation d'Euler.

A la différence du modèle de Cass-Koopmans-Ramsey, on suppose ici que la fonction de production $Y_{i,t}$ d'une entreprise i est

$$Y_{i,t} = A N_{i,t}^{1-\alpha} K_{i,t}^{\alpha} \Psi(G_t),$$

où A et α sont deux paramètres constants tels que $A > 0$ et $0 < \alpha < 1$; $N_{i,t}$ est la demande de travail de l'entreprise i ; $K_{i,t}$ est son stock de capital, qu'elle loue au prix z_t ; G_t représente le montant des dépenses publiques agrégées ; et $\Psi(.)$ est une fonction strictement croissante, à valeurs strictement positives.

Question 8 Interpréter/justifier brièvement l'hypothèse selon laquelle la production de chaque entreprise $Y_{i,t}$ dépend positivement du montant des dépenses publiques agrégées G_t : quelle(s) caractéristique(s) du monde réel cette hypothèse cherche-t-elle à capturer ?

On suppose par ailleurs que le gouvernement prélève un impôt proportionnel sur la production $Y_{i,t}$ de chaque entreprise i, au taux constant τ tel que $0 < \tau < 1$. Ainsi, durant chaque intervalle de temps $[t; t + dt]$, une entreprise i produisant $Y_{i,t} dt$ verse $\tau Y_{i,t} dt$ au gouvernement.

1. Barro, R. J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth," Journal of Political Economy 98(5), S103-S125.

Question 9 Ecrire le profit instantané de l'entreprise i en fonction de $N_{i,t}$, $K_{i,t}$, $\Psi(G_t)$, z_t, w_t, A, α et τ, puis son problème de maximisation en prenant soin de préciser notamment la ou les variable(s) qu'elle choisit et celle(s) qu'elle considère comme donnée(s) (compte tenu du grand nombre d'entreprises).

Question 10 Obtenir la condition du premier ordre suivante :

$$z_t = \alpha(1-\tau)AN_{i,t}^{1-\alpha}K_{i,t}^{\alpha-1}\Psi(G_t).$$

En déduire en particulier que toutes les entreprises choisissent le même ratio capital sur travail, c'est-à-dire que le ratio $K_{i,t}/N_{i,t}$ ne dépend pas de i. En déduire, en utilisant la condition d'équilibre sur le marché du travail, les relations agrégées suivantes :

$$Y_t = AL^{1-\alpha}K_t^{\alpha}\Psi(G_t),$$
$$z_t = \alpha(1-\tau)A\left(\frac{K_t}{L}\right)^{\alpha-1}\Psi(G_t),$$

où $K_t \equiv \sum_{i=1}^{I} K_{i,t}$ et $Y_t \equiv \sum_{i=1}^{I} Y_{i,t}$.

Question 11 On suppose que le capital se déprécie au taux δ. Sans utiliser d'équation, expliquer brièvement pourquoi on a, à l'équilibre,

$$r_t = z_t - \delta.$$

On suppose par la suite que le gouvernement n'émet pas de dette publique et qu'il finance donc ses dépenses publiques exclusivement par l'impôt qu'il prélève sur la production ; en termes agrégés, on a donc

$$G_t = \tau Y_t.$$

2.2 Cas sans congestion des biens/services publics

On suppose dans cette section que

$$\Psi(G_t) = G_t^{1-\alpha}.$$

Question 12 Montrer que

$$Y_t = A^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}L^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}K_t.$$

Comment appelle-t-on un modèle comme celui-ci, dans lequel la production agrégée est proportionnelle au stock de capital ? A quelle hypothèse "sur le fil du rasoir" est ici due cette proportionnalité ? Expliquer.

Question 13 Montrer que le taux de croissance de la consommation par tête est constant dans le temps :

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left[\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}L^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(1-\tau) - \delta - \rho\right].$$

Sans faire de calcul, interpréter brièvement les deux effets de τ sur $\dot{c}_t/c_t$, celui dû au facteur $\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$ et celui dû au facteur $1-\tau$.

Question 14 Montrer que la valeur τ^* du taux de taxe τ qui maximise le taux de croissance de la consommation par tête $\dot{c}_t/c_t$ est $\tau^* \equiv 1-\alpha$. Interpréter brièvement en comparant le produit marginal des dépenses publiques lorsque $\tau = 1-\alpha$ à leur coût social marginal.

2.3 Cas avec congestion des biens/services publics

On suppose dans cette section que

$$\Psi(G_t) = G_t^{1-\alpha}\Omega\left(\frac{G_t}{Y_t}\right)$$

avec, pour tout $x \geq 0$,

$$\Omega\left(x\right) \equiv \frac{x}{\mu + x},$$

où $\mu > 0$.

Question 15 Interpréter brièvement cette hypothèse en termes de congestion des biens/services publics, en notant que $\Omega(.)$ est une fonction croissante allant de 0 (lorsque $x = 0$) à 1 (lorsque $x \to +\infty$).

Question 16 Montrer que, comme dans le cas précédent, la production agrégée est proportionnelle au stock de capital et le taux de croissance de la consommation par tête est constant dans le temps. Déterminer la valeur τ^{**} du taux de taxe τ qui maximise le taux de croissance de la consommation par tête $\dot{c}_t/c_t$ (le calcul nécessite la résolution d'une équation du second degré). Montrer que $\tau^{**} > \tau^*$; interpréter brièvement.

2.4 Retour au cas général

Dans cette section, on suppose indifféremment que $\Psi(G_t) = G_t^{1-\alpha}$ ou $\Psi(G_t) = G_t^{1-\alpha}\Omega\left(\frac{G_t}{Y_t}\right)$.

Question 17 Sans utiliser aucune équation ni faire aucun calcul, voyez-vous une raison de penser que la valeur de τ qui maximise l'utilité intertemporelle du ménage représentatif n'est pas nécessairement celle qui, comme τ^* et τ^{**}, maximise le taux de croissance de la consommation du ménage représentatif ?

Question 18 Sans utiliser aucune équation ni faire aucun calcul, voyez-vous une raison de penser que la valeur de τ qui maximise l'utilité intertemporelle du ménage représentatif ne met pas en œuvre l'équilibre socialement optimal (celui choisi par le planificateur omnipotent, omniscient et bienveillant) ? En ce cas, quel type de politique fiscale permettrait selon vous de mettre en œuvre l'équilibre socialement optimal ?