ENSAE Paris - IP Paris
Année scolaire 2020-2021
Session d'examens : 2A S1
(session principale)

Examen final du cours "Macroéconomie 1"

Durée : 2 heures - Aucun document autorisé - Aucune calculatrice autorisée

Le barème, susceptible d'être modifié et donné à titre indicatif, est de 6 points pour les questions de cours et 17 points pour le problème. Votre note sur 20 sera égale au nombre total de points obtenus, sauf si vous obtenez davantage que 20 points (auquel cas votre note sera 20/20). Cette règle de notation a pour but de permettre à chacun(e) de ne pas répondre à un petit nombre de questions (celles de son choix) sans que sa note en soit nécessairement impactée.

Questions de cours (6 points)

Répondre très brièvement aux questions suivantes, sans utiliser d'équation (une ou deux phrases suffisent pour chaque réponse).

Question 1 En quoi consiste l'externalité de diffusion des connaissances dans le modèle de Romer (1986) ?

Question 2 Quel type de politique économique permet de corriger cette externalité, dans le modèle de Romer (1986), pour mettre en œuvre l'équilibre socialement optimal ?

Question 3 Pourquoi ne pourrait-il y avoir de progrès technique dans le modèle de Romer (1990) si tous les marchés étaient en concurrence pure et parfaite ?

Question 4 Dans les modèles vus en cours, l'existence de rendements constants permet-elle la croissance endogène et/ou la convergence conditionnelle ?

Question 5 Enoncez en mots la contrainte budgétaire intertemporelle du gouvernement et sa contrainte de solvabilité.

Question 6 Qu'est-ce que l'équivalence ricardienne ? Citez une raison pour laquelle elle pourrait ne pas être vérifiée empiriquement.

Problème : adoption des technologies étrangères dans le modèle de Cass-Koopmans-Ramsey (17 points)

On peut répondre à chaque question sans avoir préalablement répondu aux questions qui la précèdent, simplement en admettant les résultats donnés dans ces questions précédentes. **Les questions dont le numéro est suivi de trois astérisques (***), c'est-à-dire les questions 10, 12, 16 et 19, seront notées sur davantage de points que les autres questions**.

Le but de ce problème est d'étudier les conséquences positives et normatives de l'adoption par un pays de technologies déjà utilisées à l'étranger. Dans ce but, on considère une économie caractérisée par le même modèle de Cass-Koopmans-Ramsey que celui vu en cours et en TD, à une exception près. Cette exception concerne le paramètre de productivité A_t. Dans le modèle qu'on considère ici, A_t ne croît pas nécessairement à un taux constant g dans le temps (contrairement au paramètre de productivité du modèle considéré en cours et en TD).

Pour mémoire, dans le modèle de Cass-Koopmans-Ramsey vu en cours et en TD (et donc aussi dans le modèle considéré ici), la fonction de production F est homogène de degré un, strictement croissante et strictement concave en chacun de ses arguments : en termes agrégés (et à l'équilibre sur le marché du travail), $Y_t = F(K_t, A_t L_t)$, où Y_t est la production et K_t le stock de capital à la date t. La population L_t est exogène, croît au taux n, et fournit une unité de travail par personne. Le bien produit est utilisé pour la consommation et l'investissement. On note C_t la consommation agrégée à la date t, r_t le taux d'intérêt réel à la date t, ρ le taux de préférence pour le présent, et δ le taux de dépréciation du capital. On note avec des minuscules les variables par tête, par exemple $c_t \equiv C_t/L_t$. On note également $\kappa_t \equiv \frac{k_t}{A_t} = \frac{K_t}{A_t L_t}$ et $\gamma_t \equiv \frac{c_t}{A_t} = \frac{C_t}{A_t L_t}$. On note enfin $f(x) \equiv F(x,1)$, de sorte que $\frac{Y_t}{A_t L_t} = f(\kappa_t)$. On se restreint au cas où l'élasticité de substitution intertemporelle est constante, égale à $1/\theta$, où $\theta > 0$ et $\theta \neq 1$.

A. Conditions d'équilibre pour $\dot{A}_t/A_t$ quelconque

Dans cette section, on obtient deux conditions d'équilibre valables pour $\dot{A}_t/A_t$ quelconque (ce qui inclut le cas particulier $\dot{A}_t/A_t = g$ vu en cours et en TD).

Question 7 Sans faire de calcul ni écrire aucune équation, expliquer très brièvement pourquoi la résolution du problème d'optimisation des ménages aboutit à la même équation d'Euler que celle du modèle vu en cours et en TD, à savoir

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{r_t - \rho}{\theta} \tag{1}$$

(une phrase suffit). Interpréter très brièvement les effets de r_t et de ρ sur $\dot{c}_t/c_t$ (une ou deux phrases suffisent pour chaque effet).

Question 8 Sans utiliser d'équation, expliquer très brièvement pourquoi on a $r_t = f'(\kappa_t) - \delta$ à l'équilibre. En déduire l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\dot{\gamma}_t}{\gamma_t} = \frac{1}{\theta}\left[f'(\kappa_t) - \delta - \rho\right] - \frac{\dot{A}_t}{A_t}. \tag{2}$$

Question 9 Ecrire la condition d'équilibre sur le marché des biens, faisant intervenir Y_t, K_t, $\dot{K}_t$, C_t, et δ. En déduire l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\kappa}_t = f(\kappa_t) - \gamma_t - \left(n + \delta + \frac{\dot{A}_t}{A_t}\right)\kappa_t. \tag{3}$$

B. Adoption des technologies étrangères et état régulier

On suppose que le paramètre de productivité (ou "stock de technologie") A_t évolue selon l'équation différentielle suivante :

$$\dot{A}_t = \mu \max\left(\widetilde{A}_t - A_t, 0\right), \tag{4}$$

où $\widetilde{A}_t$ est le paramètre de productivité du pays étranger, et μ est un paramètre constant ($\mu > 0$). Le pays étranger est caractérisé par exactement le même modèle de Cass-Koopmans-Ramsey que celui vu en cours et en TD ; donc, en particulier, $\widetilde{A}_t$ croît dans le temps au taux constant g (c'est-à-dire $\dot{\widetilde{A}}_t/\widetilde{A}_t = g$). On suppose que $A_0 < \widetilde{A}_0$.

Question 10 *** Interpréter l'équation différentielle (4) en termes d'adoption des technologies du pays étranger par le pays domestique, en expliquant notamment en quoi cette équation permet de prendre en compte le phénomène de "leapfrogging" (le fait que les pays moins développés adoptent directement des technologies récentes, sans passer par les technologies intermédiaires). Montrer que le ratio $Z_t \equiv \frac{A_t}{\widetilde{A}_t}$ obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\dot{Z}_t = \mu - (\mu + g)Z_t. \tag{5}$$

En déduire que, si $\dot{Z}_t/Z_t$ est constant dans le temps, alors $Z_t = Z^* \equiv \mu/(\mu + g)$.

Question 11 On définit l'état régulier comme une situation où K_0 et A_0 sont tels que toutes les quantités (y compris le stock de technologie A_t et, donc, le ratio Z_t) croissent à taux constants. Déduire de la question précédente que le taux de croissance de A_t à l'état régulier est égal à g (comme dans le modèle vu en cours et en TD). Montrer alors que κ_t et γ_t sont constants à l'état régulier (on notera κ^* et γ^* leurs valeurs).

Question 12*** Comment le rapport entre la production par tête dans le pays considéré et la production par tête dans le pays étranger, à la date t et à l'état régulier, dépend-il du temps t et du paramètre μ ? Interpréter. (On supposera pour simplifier que le pays étranger a la même fonction de production f et le même stock de capital par unité de travail efficace à l'état régulier κ^* que le pays considéré, bien que la réponse à la question ne dépende pas de cette hypothèse.)

C. Adoption optimale des technologies étrangères à l'état régulier

On suppose, uniquement dans cette section, que le paramètre μ est choisi par le gouvernement, et que le gouvernement doit payer un certain coût pour adopter les technologies étrangères. Plus précisément, le gouvernement doit "consommer", à chaque intervalle de temps $[t, t + dt]$, la quantité $\eta(\mu)Y_t dt$ de biens, où la fonction $\mu \mapsto \eta(\mu)$ est strictement croissante. Le gouvernement finance ce coût par une taxe forfaitaire sur les ménages.

Question 13 Sans faire de calcul ni écrire aucune équation, expliquer très brièvement pourquoi l'équation d'Euler (1) et l'équation différentielle (2) ne sont pas affectées par ce changement (une ou deux phrases suffisent).

Question 14 Ecrire la condition d'équilibre sur le marché des biens, faisant intervenir Y_t, K_t, $\dot{K}_t$, C_t, δ et $\eta(\mu)$. En déduire l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\kappa}_t = [1 - \eta(\mu)]f(\kappa_t) - \gamma_t - \left(n + \delta + \frac{\dot{A}_t}{A_t}\right)\kappa_t.$$

Question 15 Montrer que κ_t et γ_t sont constants à l'état régulier, égaux respectivement à κ^* et

$$\gamma^{**} \equiv [1-\eta(\mu)]f(\kappa^*) - (n+\delta+g)\,\kappa^*.$$

Question 16 *** On suppose que le gouvernement choisit μ de manière à maximiser la consommation par tête ($c_t = A_t\gamma_t$) à l'état régulier en tout point du temps. On suppose également que la fonction de coût est $\eta(\mu) \equiv \mu/(\mu+g)$. Montrer que la valeur de $\eta(\mu)$ choisie par le gouvernement est $[f(\kappa^*) - (n+\delta+g)\kappa^*]/[2f(\kappa^*)]$. Cette valeur dépend-elle du paramètre n ? Interpréter.

D. Augmentation de la vitesse d'adoption des technologies étrangères

Dans cette section, on revient au modèle des sections A et B, dans lequel μ est exogène (et dans lequel il n'y a pas de coût à l'adoption des technologies étrangères, c'est-à-dire $\eta(\mu) = 0$). On s'intéresse à la trajectoire de l'économie, hors état régulier, suite à une hausse de μ.

Question 17 Résoudre l'équation différentielle (5) pour obtenir

$$Z_t = Z^* + (Z_0 - Z^*)e^{-(\mu+g)t}$$

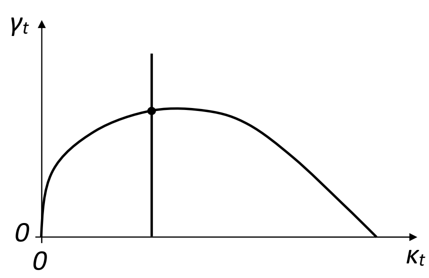
où, pour mémoire, $Z^* \equiv \mu/(\mu+g)$.

On suppose que, jusqu'à une certaine date T, le paramètre μ prend une certaine valeur μ_0 et l'économie est à l'état régulier correspondant. A partir de la date T, le paramètre μ prend la valeur μ_1 supérieure à μ_0 (par exemple du fait de l'invention de nouveaux moyens de communication qui facilitent l'adoption des technologies étrangères).

Question 18 Représenter graphiquement la trajectoire de Z_t dans le plan d'abscisse t et d'ordonnée Z_t, puis la trajectoire de A_t dans le plan d'abscisse t et d'ordonnée A_t. Sur le graphique ci-dessous est représentée, dans le plan (κ_t, γ_t), la position avant la date T (c'est-à-dire lorsque $\dot{A}_t/A_t = g$) de la courbe en cloche et de la droite verticale d'équations respectives

$$\gamma_t = f(\kappa_t) - \left(n+\delta+\frac{\dot{A}_t}{A_t}\right)\kappa_t \quad \text{et} \quad f'(\kappa_t) = \delta+\rho+\theta\frac{\dot{A}_t}{A_t}.$$

Reproduire ce graphique sur votre copie et représenter sur le même graphique la position de la courbe en cloche et de la droite verticale immédiatement après la date T, puis indiquer la façon dont elles se déplacent ultérieurement.



Question 19 *** En utilisant les sens de variation temporelle de κ_t et γ_t dans chacun des quatre quadrants définis par la courbe en cloche et la droite verticale, montrer que, immédiatement après la date T, κ_t et γ_t diminuent au cours du temps ($\dot{\kappa}_t < 0$ et $\dot{\gamma}_t < 0$). Montrer par ailleurs que, immédiatement après la date T, c_t augmente au cours du temps ($\dot{c}_t > 0$). Interpréter.