Examen final

Durée : 2 heures
Aucun document autorisé - Aucune calculatrice autorisée

Le barème, susceptible d'être modifié, est donné uniquement à titre indicatif.

Questions de cours (6 points)

Répondre très brièvement aux questions suivantes, sans utiliser d'équation (une ou deux phrases suffisent pour chaque réponse).

Question 1 Qu'est-ce que l'inefficience dynamique ?

Question 2 Dans quel but considère-t-on un "planificateur omniscient, omnipotent et bienveillant" ?

Question 3 Qu'est-ce qu'une théorie de la croissance endogène ?

Question 4 Citez une limite du modèle de Romer (1986).

Question 5 Qu'est-ce qu'un effet d'échelle ?

Question 6 Qu'est-ce que l'équivalence ricardienne ?

Problème : modèle de croissance exogène ou endogène (14 points)

Le but de cet exercice est d'étudier les conséquences positives et normatives d'un changement de fonction de production dans le modèle de Solow-Swan. **On peut répondre à chaque question sans avoir préalablement répondu aux questions qui la précèdent**, simplement en admettant les résultats donnés dans ces questions précédentes.

On considère un modèle à temps continu (indicé par $t \in \mathbb{R}^+$) dans lequel à chaque date t, les agents épargnent la proportion s (comprise strictement entre 0 et 1) de la production agrégée Y_t pour l'investir dans du nouveau capital. On note K_t le stock de capital agrégé à la date t (avec $K_0 > 0$ exogène) et $\delta > 0$ son taux de dépréciation. Le nombre d'agents à chaque date t est $L_t = L_0 e^{nt}$, où $L_0 > 0$ et $n \geq 0$. A chaque date, chaque agent fournit un flux de travail égal à 1. On suppose que la fonction de production agrégée est $Y_t = ZK_t + K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$, où $Z > 0$, $A_t = A_0 e^{gt}$, $A_0 > 0$, $g \geq 0$, et $0 < \alpha < 1$.

Question 7 Lesquelles des cinq propriétés de la fonction de production du modèle de Solow-Swan cette fonction de production ne satisfait-elle pas ? Comment justifieriez-vous une telle fonction de production ?

Question 8 Montrer que $\kappa_t \equiv \frac{K_t}{A_t L_t}$ satisfait l'équation différentielle

$$\dot{\kappa_t} = s\kappa_t^{\alpha} - (n + g + \delta - sZ)\,\kappa_t. \tag{1}$$

Question 9 Définir l'état régulier. Montrer que s'il existe un état régulier, alors κ_t est constant dans le temps à cet état régulier, égal à

$$\kappa^* \equiv \left(\frac{n+g+\delta}{s} - Z\right)^{\frac{-1}{1-\alpha}}.$$

Cette valeur κ^* n'est définie, et donc l'état régulier n'existe, que si $Z < \frac{n+g+\delta}{s}$. Interpréter cette condition (notée C1) en faisant référence aux deux forces de sens opposés s'exerçant sur le stock de capital.

Question 10 En considérant la variable $u_t \equiv \kappa_t^{1-\alpha}$, résoudre l'équation différentielle (1) et écrire le solution sous la forme

$$\kappa_t^{1-\alpha} = (\kappa^*)^{1-\alpha} - \left[(\kappa^*)^{1-\alpha} - \kappa_0^{1-\alpha}\right] e^{-(n+g+\delta-sZ)(1-\alpha)t}$$

lorsque C1 est satisfaite, et

$$\kappa_t^{1-\alpha} = \frac{\left[s + (sZ - n - g - \delta)\,\kappa_0^{1-\alpha}\right] e^{(sZ-n-g-\delta)(1-\alpha)t} - s}{sZ - n - g - \delta}$$

lorsque C1 n'est pas satisfaite (par "C1 non satisfaite", on entend ici, et dans la suite du problème, $Z > \frac{n+g+\delta}{s}$; on ignore donc le cas de mesure nulle où $Z = \frac{n+g+\delta}{s}$).

Question 11 Déterminer le taux de croissance de κ_t à long terme, puis le taux de croissance de la production par tête y_t à long terme, selon que C1 est satisfaite ou non. Dans quel sens peut-on parler de "modèle de croissance exogène ou endogène" ?

Question 12 On suppose qu'entre les dates 0 et $T > 0$, Z prend la valeur Z_0 et l'économie est sur le sentier de long terme correspondant (le long duquel κ_t et y_t croissent aux taux déterminés à la question précédente, avec $Z = Z_0$). A partir de la date T, Z prend la valeur Z_1, où $Z_1 > Z_0$. Représenter graphiquement l'évolution du logarithme du stock de capital par tête et du logarithme de la production par tête au cours du temps, selon que C1 est satisfaite ou non. Interpréter.

Question 13 On suppose que C1 est satisfaite. Montrer qu'il n'existe une valeur s_{or} de s (avec $0 < s_{or} < 1$) maximisant la consommation par tête à l'état régulier que si $Z < n+g+\delta$. Interpréter cette condition (notée C2). En supposant C2 satisfaite, déterminer s_{or}.

Question 14 On suppose que C2 est satisfaite. On suppose aussi qu'entre les dates 0 et $T > 0$, s prend la valeur s_0, où $s_0 > s_{or}$, et l'économie est à l'état régulier correspondant. A partir de la date T, s prend la valeur s_1, avec $s_{or} < s_1 < s_0$. Représenter graphiquement l'évolution du logarithme du stock de capital par tête, du logarithme de la production par tête, et du logarithme de la consommation par tête au cours du temps. Interpréter.

Question 15 On a supposé jusqu'à présent que l'offre de travail était exogène. Si elle était endogène, choisie par les agents, et si l'utilité des agents dépendait positivement de leur consommation et négativement de la quantité de travail qu'ils fournissent, le modèle pourrait-il revenir à un "modèle AK", et pourquoi ?