– Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique –
Année 2017-2018, Deuxième Année
Macroéconomie 1

Examen final

Durée : 2 heures
Aucun document autorisé - Aucune calculatrice autorisée

Le barème, susceptible d'être modifié, est donné uniquement à titre indicatif.

1 Questions de cours (6 points)

Répondre très brièvement aux questions suivantes, sans utiliser d'équation (une ou deux phrases suffisent pour chaque réponse).

Question 1 Enoncer le premier théorème du bien-être.

Question 2 Citez deux modèles vus en cours qui ne satisfont pas au moins une condition d'application du premier théorème du bien-être, et pour chacun de ces deux modèles dites laquelle ou lesquelles de ces conditions il ne satisfait pas.

Question 3 Dans les modèles de croissance exogène vus en cours, quelles sont les deux sources de croissance à court terme, et quelle est l'unique source de croissance à long terme ?

Question 4 Dans une situation où l'investissement de chaque entreprise augmente la productivité de toutes les entreprises, y a-t-il trop ou trop peu d'investissement à l'équilibre de marché par rapport à l'optimum social ?

Question 5 L'accumulation de connaissances est-elle volontaire et/ou rémunérée dans le modèle de croissance avec apprentissage par la pratique (Romer, 1986) ? Et dans le modèle de croissance avec variété des biens (Romer, 1990) ?

Question 6 Quelle contrainte une condition de solvabilité impose-t-elle sur le taux de croissance de la dette à long terme, et quel type de montage financier élimine-t-elle ?

2 Problème : modèle de croissance endogène avec biens collectifs dispensés par le gouvernement (14 points)

Le but de ce problème, qui s'inspire d'un article de R. J. Barro[1], est d'étudier le rôle de la politique gouvernementale lorsque la fonction de production admet comme argument la quantité de biens collectifs dispensés par le gouvernement.

1. Barro, R. J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth," Journal of Political Economy 98(5), S103-S125.

Il n'est pas nécessaire d'avoir traité la section 2.1 pour traiter la section 2.2, ni d'avoir traité les sections 2.1 et 2.2 pour traiter la section 2.3 : dans les deux cas, il suffit d'admettre les résultats donnés dans chaque section.

Les questions dont le numéro est suivi de trois astérisques seront notées sur davantage de points que les autres questions.

2.1 Equilibre concurrentiel avec un taux d'imposition quelconque

Comme dans le modèle de Cass-Koopmans-Ramsey, on considère une économie dont les agents sont : des ménages à durée de vie infinie (dont la population, notée L, est ici constante dans le temps) ; un grand nombre (noté I) d'entreprises ; et un gouvernement. Il y a un seul type de bien, utilisé pour la consommation et l'investissement, et quatre marchés : le marché des biens (offre des entreprises, demande des ménages), celui du travail (offre des ménages, demande des entreprises), celui du capital (offre des ménages, demande des entreprises), et celui des prêts (offre et demande des ménages). Tous ces marchés sont en concurrence pure et parfaite. Le temps est continu, indicé par t. On note r_t le taux d'intérêt réel. Le ménage représentatif offre inélastiquement un flux de travail d'une unité à chaque instant t, rémunéré au salaire réel w_t. Son utilité intertemporelle à la date 0 est

$$U_0 \equiv \int_0^{+\infty} e^{-\rho t} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} dt$$

où c_t est la consommation par tête, ρ le taux de préférence pour le présent ($\rho > 0$), et θ est l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle ($\theta > 0$ et $\theta \neq 1$). On rappelle que la résolution du problème de maximisation du ménage représentatif débouche sur l'équation d'Euler suivante :

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{r_t - \rho}{\theta}.$$

Question 7 Interpréter cette équation d'Euler.

A la différence du modèle de Cass-Koopmans-Ramsey, on suppose ici que la fonction de production $Y_{i,t}$ d'une entreprise i est $Y_{i,t} = AN_{i,t}^{1-\alpha} K_{i,t}^{\alpha} G_t^{1-\alpha}$, où A et α sont deux paramètres constants tels que $A > 0$ et $0 < \alpha < 1$; $N_{i,t}$ est la demande de travail de l'entreprise i ; $K_{i,t}$ est son stock de capital, qu'elle loue au prix z_t ; et G_t représente le montant des dépenses publiques agrégées.

Question 8 Interpréter l'hypothèse selon laquelle la fonction de production admet G_t comme argument.

Le gouvernement équilibre son budget en prélevant un impôt proportionnel sur la production $Y_{i,t}$ de chaque entreprise i, au taux constant τ tel que $0 < \tau < 1$. Ainsi, à chaque intervalle de temps $[t; t + dt]$, une entreprise i produisant $Y_{i,t}dt$ verse $\tau Y_{i,t}dt$ au gouvernement et, en termes agrégés, on a $G_t = \tau Y_t$, où $Y_t \equiv \sum_{i=1}^{I} Y_{i,t}$.

Question 9 Ecrire le profit instantané de l'entreprise i en fonction de $N_{i,t}$, $K_{i,t}$, G_t, z_t, w_t, A, α et τ, puis son problème de maximisation en prenant soin de préciser notamment la ou les variable(s) qu'elle choisit et celle(s) qu'elle considère comme donnée(s) (compte tenu du grand nombre d'entreprises).

Question 10 Obtenir la condition du premier ordre suivante : $\alpha(1-\tau)AN_{i,t}^{1-\alpha}K_{i,t}^{\alpha-1}G_t^{1-\alpha} = z_t$. En déduire en particulier que toutes les entreprises choisissent le même ratio capital sur travail, c'est-à-dire que le ratio $\frac{K_{i,t}}{N_{i,t}}$ ne dépend pas de i.

Question 11 On suppose que le capital se déprécie au taux δ. Sans utiliser d'équation, expliquer pourquoi on a $r_t = z_t - \delta$ à l'équilibre.

Question 12*** En utilisant ce qui précède et la condition d'équilibre sur le marché du travail, écrire G_t en fonction de $K_t \equiv \sum_{i=1}^{I} K_{i,t}$, A, L, α et τ, puis montrer que r_t est constant, égal à $r \equiv \alpha A^{\frac{1}{\alpha}} L^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(1-\tau) - \delta$. Sans faire de calcul, interpréter le double effet de τ sur r, en distinguant l'effet dû au facteur $\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$ de celui dû au facteur $1-\tau$.

Question 13 On admet que le taux de croissance de la production par tête est constamment égal à celui de la consommation par tête. En déduire que le taux de croissance de la production par tête est constant, égal à $\gamma(\tau) \equiv \frac{1}{\theta}\left[\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} L^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(1-\tau) - \delta - \rho\right]$. A quelle hypothèse "sur le fil du rasoir" est due la constance de ce taux de croissance dans le temps ?

2.2 Equilibre concurrentiel avec le taux d'imposition optimal

Question 14 Réécrire l'utilité intertemporelle du ménage représentatif U_0 en fonction de c_0, $\gamma(\tau)$, ρ et θ, en supposant que $\rho - \gamma(\tau)(1-\theta) > 0$.

Question 15 Ecrire la condition d'équilibre du marché des biens à la date 0. En utilisant ce qui précède et en admettant que le taux de croissance du stock de capital K_t est lui aussi constamment égal à $\gamma(\tau)$, en déduire c_0 en fonction K_0, L, α, $\gamma(\tau)$, δ, ρ et θ.

En utilisant les réponses aux deux précédentes questions, on peut réécrire U_0 en fonction de K_0, L, α, $\gamma(\tau)$, δ, ρ et θ, puis déterminer le sens de variation de U_0 en fonction de $\gamma(\tau)$. On admet que U_0 est strictement croissant en $\gamma(\tau)$.

Question 16*** Déduire de ce dernier résultat (c'est-à-dire celui donné dans la phrase précédente) que la valeur de τ qui maximise U_0 est $1-\alpha$. Interpréter en comparant le produit marginal des biens collectifs fournis par le gouvernement lorsque $\tau = 1-\alpha$ à leur coût social marginal.

2.3 Equilibre socialement optimal

Question 17*** En admettant que le planificateur bienveillant, omnipotent et omniscient choisit le même ratio capital sur travail pour toutes les entreprises (c'est-à-dire que le ratio $\frac{K_{i,t}}{N_{i,t}}$ qu'il choisit ne dépend pas de i), écrire la contrainte de ressources à laquelle il fait face en fonction de c_t, G_t, K_t, $\dot{K}_t$, A, L, α et δ, puis son problème de maximisation en prenant soin de préciser notamment la ou les variable(s) qu'il choisit et celle(s) qu'il considère comme donnée(s).

On admet que la résolution de ce problème de maximisation débouche sur un taux de croissance de la production par tête constant, égal à $\gamma^* \equiv \frac{1}{\theta}\left[\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} L^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \delta - \rho\right]$.

Question 18* ** Déduire de ce dernier résultat (c'est-à-dire celui donné dans la phrase précédente) qu'aucune valeur de τ ne permet au gouvernement de mettre en œuvre l'équilibre socialement optimal. Interpréter en comparant le produit marginal privé du capital à l'équilibre concurrentiel au produit marginal social du capital à l'équilibre socialement optimal.

Question 19* ** Quel type de politique fiscale permettrait de mettre en œuvre l'équilibre socialement optimal ?